

Hallo, wollte wissen wann es die Lösungen gibt?

Die Lösungen kannst Du in den Sendungsmittschnitten sehen. Hier sind die Links:

<http://www.youtube.com/watch?v=XVVzt3EmK1w>

<http://www.youtube.com/watch?v=4jvIOHKe3cg&feature=related>

In den Sendungen bemühe ich mich, Aufgaben zu zeigen, wie sie im Abitur in Deutschland bzw. der Matura (Reifeprüfung) in Österreich bzw. der Schweizerischen Maturitätsprüfung gestellt werden können. Die größten Unterschiede in den Anforderungsniveaus bestehen nicht etwa zwischen Österreich, der Schweiz und Deutschland sondern ergeben sich in Deutschland von Bundesland zu Bundesland. Daher bitte ich die Zuschauerinnen und Zuschauer, die gezeigten Aufgaben mit den jeweils gültigen Rahmenbedingungen für die Prüfungen zu vergleichen. (Oder frage einfach den Mathelehrer Deines Vertrauens.)

Sendung, 16.02.2011

Zunächst möchte ich eine Binomialverteilung vorkneten. Das ist eine Möglichkeit, Binomialverteilungen zu veranschaulichen.

Aufgabe für die Sendung am 16.02.2011:

Die Seiten eines absolut regelmäßigen Tetraeders sind mit den Zahlen 1,2,3 und 4 bedruckt. Das Tetraeder wird zweimal geworfen. Für ein Gewinnspiel (Aufgabenteil 2) sollen die untenliegenden Zahlen addiert werden.

- 1a) Geben Sie den Zufallsversuch und die Ergebnisse an. Formulieren Sie eine geeignete Zufallsgröße und stellen Sie die vollständige Wertetabelle auf.
- 1b) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung dieser Zufallsgröße an.
- 1c) Geben Sie Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung dieser Zufallsgröße an.

2) Hanni und Nanni verabreden ein Gewinnspiel:

Hanni gibt Nanni einen Euro. Das Tetraeder wird daraufhin zweimal geworfen. Wenn keine 4 fällt, bekommt Nanni von Hanni weitere 3 €. Fällt aber mindestens eine 4, so erhält Hanni von Nanni die Summe der untenliegenden Zahlen aus beiden Würfeln.

- 2a) Formulieren Sie eine geeignete Zufallsgröße für die Verteilung der Gewinne aus Sicht einer der beiden Spielerinnen.
- 2b) Ist das Spiel fair?

3) Wie oft muss man das Tetraeder werfen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99,9% mindestens eine 3 unten liegt?

4) Hanni und Nanni spielen das Spiel sehr lange. Nachdem beide keinen nennenswerten Gewinn anhäufen können, vermutet Hanni, dass das Tetraeder zu wenige 4en zeigt. Nanni hingegen vermutet, dass die fehlenden 4en reiner Zufall sind.

Sie verabreden, 100 mal zu werfen, um den Sachverhalt zu klären. Formulieren Sie die Entscheidungsregeln jeweils aus der Sicht einer der Mädchen bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5%.

Welche Konsequenzen sollten die beiden ziehen, wenn nach 100 Würfeln 73 mal keine 4 unten lag?

1a) Zufallsversuch: Zweimaliges Werfen des Tetraeders.

Ergebnisse:

$\{(1;1), (1;2), (1;3), (1;4), (2;1), (2;2), (2;3), (2;4), (3;1), (3;2), (3;3), (3;4), (4;1), (4;2), (4;3), (4;4)\}$

$X((a;b))=a+b$

$(1;1), (1;2), (1;3), (1;4), (2;1), (2;2), (2;3), (2;4),$
2 3 4 5 3 4 5 6

$(3;1), (3;2), (3;3), (3;4), (4;1), (4;2), (4;3), (4;4)$
4 5 6 7 5 6 7 8

1b)

2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8
1/16 | 2/16 | 3/16 | 4/16 | 3/16 | 2/16 | 1/16

1c)

$E(X)=2*(1/16)+3*(2/16)+4*(3/16)+5*(4/16)+$
 $+6*(3/16)+7*(2/16)+8*(1/16)=5$

$V(X)=2,5$

$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}\sim 1,58$

2a) Zufallsgröße: Gewinn von Hanni

$(1;1), (1;2), (1;3), (1;4), (2;1), (2;2), (2;3), (2;4),$
-4 -4 -4 4 -4 -4 -4 5

$(3;1), (3;2), (3;3), (3;4), (4;1), (4;2), (4;3), (4;4)$
-4 -4 -4 6 4 5 7 8

2b)

$Y(-4)=9/16$

$Y(4)=2/16$

$Y(5)=2/16$

$Y(6)=2/16$

$Y(7)=1/16$

$E(Y)=-4*(9/16)+4*(2/16)+5*(2/16)+6*(2/16)+7*(1/16)=1/16$

4) Was ist der Zufallsversuch?

Das hundertmalige Werfen eines Tetraeders.

Was sind die Ergebnisse?

Es sind 100-Tupel, z.B. $(1;4;2;2;1;3;.....)$

Was genau ist die Zufallsgröße Z ?

$Z(\text{Tupel}) = \text{Anzahl der 4en.}$

Ist Z vielleicht freundlicherweise binomialverteilt?

Ja, weil dem Zufallsversuch eine 100-stufige Bernoulli-Kette zugrunde liegt, wobei jeder Bernoulli-Versuch die beiden Ergebnisse "4" und "nicht 4" hat.