Bildgerade unter einer affinen Abbildung berechnen, zweidimensional

Gegeben ist eine affine Abbildung $\alpha: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit $\alpha: \overrightarrow{x_r}' = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Die Bildgerade von $g: \overrightarrow{x_r} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ berechnest Du so:

$$\alpha: \overrightarrow{x_r}' = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Multiplikation einer Zahl mit einem Vektor

$$= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1r \\ 2r \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Distributivgesetz

$$= \left(\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1r \\ 2r \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Matrix mal Vektor

$$= \left(\begin{pmatrix} 2 \cdot 3 + (-1) \cdot (-2) \\ 3 \cdot 3 + (-2) \cdot (-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1r \\ 2r \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Matrix mal Vektor

$$= \left(\begin{pmatrix} 2 \cdot 3 + (-1) \cdot (-2) \\ 3 \cdot 3 + (-2) \cdot (-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \cdot (-1r) + (-1) \cdot 2r \\ 3 \cdot (-1r) + (-2) \cdot 2r \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

ausrechnen

$$= \left(\begin{pmatrix} 8 \\ 13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4r \\ -7r \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Klammer weglassen

$$= \begin{pmatrix} 8 \\ 13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4r \\ -7r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Kommutativität

$$= \begin{pmatrix} 8 \\ 13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4r \\ -7r \end{pmatrix}$$

Vektoraddition

$$= \begin{pmatrix} 9 \\ 16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4r \\ -7r \end{pmatrix}$$

Anwendung der Definition der Multi-
plikation einerZahl mit einem Vektor

$$= \begin{pmatrix} 9 \\ 16 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \end{pmatrix}$$