Analytische Geometrie: Vektorrechnung

Punkte P, Q, R —> Ebene $\mathbb{E}$: $\vec{x} = \overrightarrow{0P} + \lambda \cdot \overrightarrow{PQ} + \mu \cdot \overrightarrow{PR}$

Länge

$|\vec{v}| = \sqrt{(v_1)^2 + (v_2)^2 + (v_3)^2}$

Ebenen

$\vec{x} * \vec{n} = 0 \wedge \vec{y} * \vec{n} = 0$

Parameterform $\vec{x} = \lambda \cdot \vec{u} + \mu \cdot \vec{v}$
Normalenform $(\vec{x} - \vec{p}) * \vec{n} = 0$
Koordinatenform $\vec{x} * \vec{n} = d$

$\vec{u} * \vec{x} = 0 \wedge \vec{v} * \vec{x} = 0$

Gerade

$g : \vec{x} = \vec{s} + \lambda \cdot \vec{r}$

Schnitt $\left\{ \begin{array}{l} \text{Gerade-Gerade} \\ \text{Gerade-Ebene} \\ \text{Ebene-Ebene} \end{array} \right\}$ => gleichsetzen

Skalarprodukt

$\vec{u} * \vec{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3$

$\boxed{\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} * \vec{v} = 0}$

Winkel

Gerade-Gerade	$\cos(\varphi) = \dfrac{\vec{u} * \vec{v}}{\lvert\vec{u}\rvert \cdot \lvert\vec{v}\rvert}$
Gerade-Ebene	$\sin(\varphi) = \dfrac{\vec{u} * \vec{n}}{\lvert\vec{u}\rvert \cdot \lvert\vec{n}\rvert}$
Ebene-Ebene	$\cos(\varphi) = \dfrac{\vec{n}_1 * \vec{n}_2}{\lvert\vec{n}_1\rvert \cdot \lvert\vec{n}_2\rvert}$

Abstände

Punkt-Punkt

$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(q_1 - p_1)^2 + (q_2 - p_2)^2 + (q_3 - p_3)^2}$

Punkt-Ebene

$\text{Abst}(P; \mathbb{E}) = \frac{1}{|\vec{n}|} \cdot |\vec{n} * \overrightarrow{0P} - d|$

$\Downarrow$ Ebene-Ebene $\Downarrow$ Gerade-Ebene $\Downarrow$ Gerade-Gerade

Lotfußpunkt Punkt-Ebene

$\vec{n} * (\overrightarrow{0P} + \lambda \cdot \vec{n}) = d$

Lotfußpunkt Punkt-Gerade

$(\vec{s} + \lambda \cdot \vec{r} - \overrightarrow{0P}) * (\vec{r}) = 0$

$\Downarrow$

Abstand Punkt-Gerade