

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Warum gilt: $P(E \cap F) = P(E/F) \cdot P(F)$?

Angenommen, das Ereignis E sei "kann einparken" und F sei das Ereignis "die Person ist eine Frau". Angenommen, wir haben eine Totalerhebung gemacht und die relativen Häufigkeiten sind demnach identisch mit den Wahrscheinlichkeiten.

$P(E/F)$ ist dann die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Person einparken kann unter der Bedingung, dass sie eine Frau ist. Oder einfacher gesagt: dass eine Frau einparken kann.

$P(F)$ ist das Verhältnis aller Frauen zu allen Menschen. Verhältnisse werden in der Regel als Brüchen angegeben. Um uns einfache Zahlen vorstellen zu können, behaupten wir: $P(F) = \frac{1}{2}$.

Anders ausgedrückt: Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine beliebige Person eine Frau ist, ist $\frac{1}{2}$. Einfacher gesagt: Die Hälfte aller Menschen sind Frauen (was nicht ganz richtig ist).

$P(E/F)$ ist das Verhältnis der Frauen, die einparken können zu allen Frauen. Wir können uns nun eine Verhältniszahl ausdenken, ohne in irgendeiner Weise zu wissen, ob diese Zahl etwas mit der Realität zu tun hat. Wir behaupten: $P(E/F) = \frac{3}{4}$.

Also haben wir: Die Hälfte aller Menschen sind Frauen und drei Viertel von dieser Hälfte können einparken. Wieviel sind nun drei Viertel von einer Hälfte?

Aus der Bruchrechnung wissen wir: **drei Viertel von irgendwas**
rechnet man so aus: **irgendwas mal drei Viertel**

also: **irgendwas $\cdot \frac{3}{4}$**

Demnach ist **drei Viertel von einer Hälfte**
das gleiche wie **eine Hälfte mal drei Viertel**

und das ist **$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$** .

Das bedeutet: $\frac{3}{8}$ aller Menschen sind Frauen, die einparken können. Anders ausgedrückt: Auf drei Achtel aller Menschen treffen zwei Eigenschaften gleichzeitig zu, nämlich
kann einparken und ist eine Frau .

Damit gehören $\frac{3}{8}$ aller Menschen zu der Schnittmenge $E \cap F$. Das Verhältnis dieser Menschen zu allen Menschen ist $P(E \cap F)$. Also: $P(E \cap F) = \frac{3}{8}$.

$P(E \cap F)$ bedeutet die Wahrscheinlichkeit dafür, dass auf einen beliebigen Menschen die Eigenschaften **kann einparken und ist eine Frau** zutreffen. Also gilt: $P(E \cap F) = P(E/F) \cdot P(F)$.

Wichtig: $E \cap F$ bedeutet: Ein Mensch kann einparken und ist eine Frau.

E/F bedeutet: Eine Frau kann einparken.