# Integration durch Substitution, Erklärung

Du kannst das Integrationsverfahren der Substitution mit dieser Gleichung verstehen:

$$\int f(z)\,dz = \int \underbrace{f(g(x))\cdot g'(x)}\,dx = \underbrace{F(g(x))} = F(z)$$

Diese Richtung

ist nichts anderes als die Ableitung der Funktion **F(g(x))** nach Kettenregel.

**f(g(x))** ist die äußere Ableitung und **g'(x)** ist die innere Ableitung.

Damit ist auch **F(g(x))** eine Stammfunktion von **f(g(x))·g'(x)**. Damit ist

$$\int f(z)\,dz = \int \underbrace{f(g(x))\cdot g'(x)}\,dx = \underbrace{F(g(x))} = F(z)$$

diese Richtung geklärt.

Um die Integration durch Substitution auf diese Weise anwenden zu können, brauchst Du zunächst eine Funktion, die die Form **f(g(x))·g'(x)** hat. Es ist mitunter nicht einfach, in einer gegebenen Funktion diese Form wieder zu erkennen und erfordert in der Regel etwas Übung mit durchgerechneten Beispielen.

Ziemlich willkürlich wirkt zunächst auf viele Menschen

$$\int \underbrace{f(z)\,dz} = \int \underbrace{f(g(x))\cdot g'(x)}\,dx = F(g(x)) = F(z)$$

diese Umformung.

Im Prinzip ist eine Funktion **f(z)** durch eine andere Funktion, nämlich **f(g(x))·g'(x)**, ersetzt worden.

Darf man das?

Da wir eine Stammfunktion von **f(z)** suchen, dürfen wir **f(z)** durch jede Funktion ersetzen, die die gleiche Stammfunktion hat.

Wenn Du in **f(z)** die Variable **z** durch eine Funktion **g(x)** ersetzt, kannst Du die Funktion **f(g(x))·g'(x)** bilden.

Die neue Funktion ist dann zwar eine andere Funktion als **f(z)** , aber eine Stammfunktion von **f(g(x))·g'(x)** ist **F(g(x))** , und

weil **z** gleich **g(x)** ist, kannst Du statt **F(g(x))** auch **F(z)** schreiben. Damit hast Du dann eine Stammfunktion von **f(z)** .

Dass dieses Verfahren tatsächlich etwas bringt und Funktionen nicht nur komplizierter macht, kannst Du an Beispielen sehen.