Bestimmung der Schnittpunkte eines Kreises mit einer Geraden

Gegeben: Eine Kreisgleichung, z.B. $k: (x-3)^2 + (y+1)^2 = 9$

Das ist der Name der Kreisgleichung. Sie heißt k.

Das ist der Name der Geradengleichung. Sie heißt g.

und eine Geradengleichung, z.B. $g: y = -\frac{1}{2}x + 2$

Lösung:

1) Die rechte Seite der Geradengleichung kannst Du statt y in die Kreisgleichung einsetzen.

$$k: (x-3)^2 + \left(\overbrace{-\frac{1}{2}x+2}+1\right)^2 = 9$$

2) Die Gleichung mit dem Namen k ist eine quadratische Gleichung. Du kannst sie umformen und lösen.

Der Name k wird im weiteren weggelassen.

$$(x-3)^2 + \left(-\frac{1}{2}x+3\right)^2 = 9$$

2. binomische Formel

$$x^2 - 2\cdot 3\cdot x + 3^2 + \left(-\frac{1}{2}x+3\right)^2 = 9$$

ausrechnen

$$x^2 - 6\cdot x + 3^2 + \left(-\frac{1}{2}x+3\right)^2 = 9$$

ausrechnen

$$x^2 - 6\cdot x + 9 + \left(-\frac{1}{2}x+3\right)^2 = 9$$

1. binomische Formel

$$x^2 - 6\cdot x + 9 + \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 + 2\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right)\cdot 3 + 3^2 = 9$$

Potenzgesetz

$$x^2 - 6\cdot x + 9 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2\cdot x^2 + 2\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right)\cdot 3 + 3^2 = 9$$

ausrechnen

$$x^2 - 6\cdot x + 9 + \left(+\frac{1}{4}\right)x^2 + 2\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right)\cdot 3 + 3^2 = 9$$

$$x^2-6\cdot x+9+\left(+\frac{1}{4}\right)\cdot x^2+2\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right)\cdot 3+3^2=9$$

Klammer und Pluszeichen weglassen

$$x^2-6\cdot x+9+\frac{1}{4}\cdot x^2+2\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right)3+3^2=9$$

ausrechnen

$$x^2-6\cdot x+9+\frac{1}{4}\cdot x^2-x\cdot 3+3^2=9$$

faktoren vertauschen

$$x^2-6\cdot x+9+\frac{1}{4}\cdot x^2-3x+3^2=9$$

ausrechnen

$$x^2-6\cdot x+\frac{1}{4}\cdot x^2-3x+18=9$$

zusammenfassen

$$x^2+\frac{1}{4}\cdot x^2-9x+18=9$$

Faktor 1 ergänzen

$$1x^2+\frac{1}{4}\cdot x^2-9x+18=9$$

Distributivgesetz

$$\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot x^2-9x+18=9$$

1 als Bruch schreiben

$$\left(\frac{4}{4}+\frac{1}{4}\right)\cdot x^2-9x+18=9$$

Brüche addieren

$$\left(\frac{5}{4}\right)\cdot x^2-9x+18=9$$

Klammer weglassen

$$\frac{5}{4}x^2-9x+18=9$$

auf beiden Seiten -9 rechnen

$$\frac{5}{4}x^2-9x+9=0$$

beide Seiten mit 4 multiplizieren

$$\left(\frac{5}{4}x^2-9x+9\right)\cdot 4=0\cdot 4$$

0 mal irgendwas ist 0

$$\left(\frac{5}{4}x^2-9x+9\right)\cdot 4=0$$

Klammer auflösen

$$\frac{5}{4}x^2\cdot 4-9x\cdot 4+9\cdot 4=0$$

ausrechnen

$$5x^2-9x\cdot 4+9\cdot 4=0$$

ausrechnen

$$5x^2-36x+9\cdot 4=0$$

ausrechnen

$$5x^2-36x+36=0$$

$$5x^2-36x+36=0$$

beide Seiten durch 5 teilen

$$\frac{5}{5}x^2-\frac{36}{5}x+\frac{36}{5}=\frac{0}{5}$$

kürzen

$$\frac{1}{1}x^2-\frac{36}{5}x+\frac{36}{5}=\frac{0}{5}$$

ein Eintel ist gleich 1

$$1x^2-\frac{36}{5}x+\frac{36}{5}=\frac{0}{5}$$

den Faktor 1 kannst Du weglassen

$$x^2-\frac{36}{5}x+\frac{36}{5}=\frac{0}{5}$$

ausrechnen

$$x^2-\frac{36}{5}x+\frac{36}{5}=0$$

Klammer einfügen, um die p-q-Formel anwenden zu können

$$x^2+\underbrace{\left(-\frac{36}{5}\right)}_{p}x+\underbrace{\frac{36}{5}}_{q}=0$$

$$x^2+px+q=0 \Leftrightarrow x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

einsetzen

$$x_{1,2}=-\frac{-\frac{36}{5}}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{-\frac{36}{5}}{2}\right)^2-\frac{36}{5}}$$

ausrechnen

$$x_1=6 \qquad x_2=\frac{6}{5}$$

3) Die gefundenen x-Werte kannst Du in die Geradengleichung einsetzen. Dann erhältst Du die y-Werte der Schnittpunkte.

$$y=-\frac{1}{2}\cdot 6+2$$

6 in Faktoren zerlegen

$$y=-\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3+2$$

kürzen

$$y=-3+2$$

ausrechnen

$$y=-1$$

Daraus folgt: $S_1(6|-1)$ ist einer der Schnittpunkte.

$$y=-\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{5}+2$$

Zahl in Faktoren zerlegen

$$y=-\frac{1}{2}\cdot\frac{2\cdot 3}{5}+2$$

kürzen

$$y=-\frac{3}{5}+2$$

2 mit 5 erweitern

$$y=-\frac{3}{5}+\frac{2\cdot 5}{5}$$

ausrechnen

$$y=-\frac{3}{5}+\frac{10}{5}$$

ausrechnen

$$y=\frac{7}{5}$$

Daraus folgt: $S_2=\left(\frac{6}{5}\,\middle|\,\frac{7}{5}\right)$ ist der andere Schnittpunkt.

Fertig.✓