Wie findet man eine Gerade, die eine gegebene Gerade rechtwinklig schneidet und durch einen vorgegebenen Punkt geht, der nicht auf der gegebenen Gerade liegt?

Gegeben ist eine Gerade $\mathbf{g}: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ und ein Punkt $A(1|3|-2)$.

Alle möglichen Punkte der Geraden **g** haben die Form $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1+\lambda\cdot(-1) \\ 1+\lambda\cdot 3 \\ -1+\lambda\cdot 5 \end{pmatrix}$.

Das heißt auch: Die parametrisierte Form der Geraden ***g*** .

Alle Differenzvektoren "Punkt der Geraden minus Punkt ***A***" haben die Form $\begin{pmatrix} -1+\lambda\cdot(-1) \\ 1+\lambda\cdot 3 \\ -1+\lambda\cdot 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$,

also auch $\begin{pmatrix} -1+\lambda\cdot(-1)-1 \\ 1+\lambda\cdot 3-3 \\ -1+\lambda\cdot 5-(-2) \end{pmatrix}$.

Wir suchen nun einen Differenzvektor, der zum Richtungsvektor der gegebenen Gerade orthogonal ist, denn das ist dann der Richtungsvektor der gesuchten Gerade. Also muß gelten:

$$\begin{pmatrix} -1+\lambda\cdot(-1)-1 \\ 1+\lambda\cdot 3-3 \\ -1+\lambda\cdot 5-(-2) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$$

$$(-1+\lambda\cdot(-1)-1)\cdot(-1)+(1+\lambda\cdot 3-3)\cdot 3+(-1+\lambda\cdot 5-(-2))\cdot 5=0$$

$$1+\lambda\cdot 35=0$$

$$\lambda=-\frac{1}{35}$$

Der Differenzvektor, der zum Richtungsvektor der gegebenen Gerade orthogonal ist, ist also:

$$\begin{pmatrix} -1+\left(-\frac{1}{35}\right)\cdot(-1)-1 \\ 1+\left(-\frac{1}{35}\right)\cdot 3-3 \\ -1+\left(-\frac{1}{35}\right)\cdot 5-(-2) \end{pmatrix} \quad \text{anders geschrieben:} \quad \begin{pmatrix} -\frac{69}{35} \\ -\frac{73}{35} \\ \frac{30}{35} \end{pmatrix} .$$

Wenn Du einen Richtungsvektor mit 35 multiplizierst, behält er seine Richtung. Also heißt unser gefundener Richtungsvektor nun: $\begin{pmatrix} -69 \\ -73 \\ 30 \end{pmatrix}$

Die gesuchte Gerade ist dann: $\mathbf{h}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -69 \\ -73 \\ 30 \end{pmatrix}$

Fertig.✓