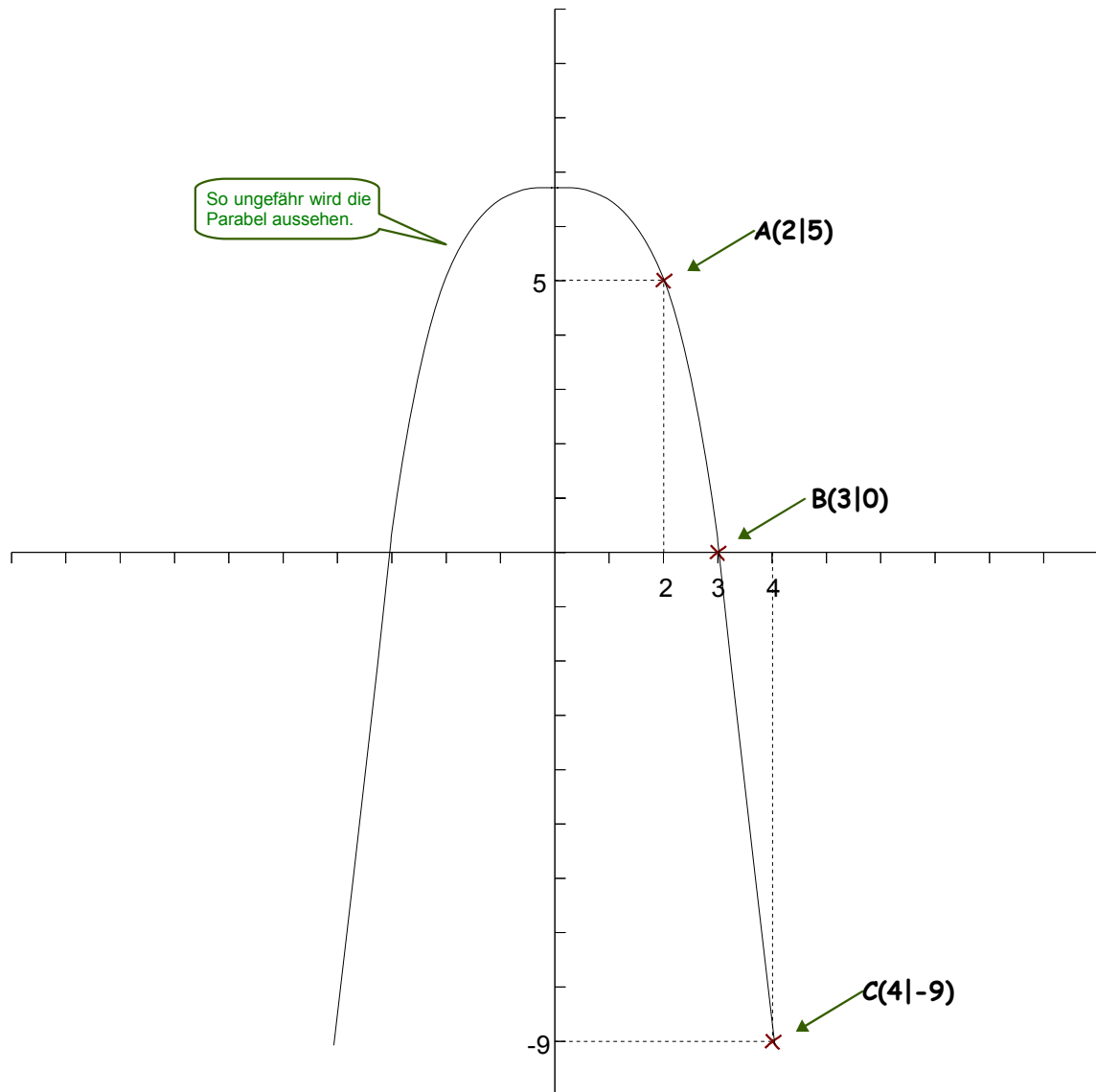


Bestimmung der Funktionsgleichung einer Parabel

Eine (nach oben oder unten geöffnete) Parabel gehe durch die Punkte

$$A(2|5) , B(3|0) , C(4|-9).$$

Bestimme die Funktionsgleichung zu dieser Parabel.



Die oben genannten Punkte bilden ein Dreieck. Deshalb gibt es nur eine einzige Parabel, die durch diese Punkte verläuft.

Jede Parabel hat eine Gleichung und eine solche Parabelgleichung hat die Form

$$y = ax^2 + bx + c$$

Das bedeutet: Wenn Du für **a**, **b** und **c** Zahlen einsetzt, erhältst Du eine Parabelgleichung.

Nun geht es darum, die drei Zahlen zu finden, die zu der Parabelgleichung der oben gezeigten Parabel gehören.

Dazu kannst Du in die Gleichung

$$y = ax^2 + bx + c$$

statt x und y die Koordinaten des Punktes $A(2|5)$ einsetzen. Du erhältst die Gleichung:

$$\text{I) } 5 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c$$

Das gehört nicht zur Gleichung.
Es ist der Name der Gleichung.

Leicht umgeformt lautet die Gleichung:

$$\text{I) } 5 = 4a + 2b + c$$

Wenn Du die Koordinaten der Punkte $B(3|0)$ und $C(4|-9)$ statt x und y in die Gleichung

$$y = ax^2 + bx + c$$

einsetzt, erhältst Du zwei weitere Gleichungen.

$$\text{II) } 0 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c$$

$$\text{III) } -9 = a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c$$

Auch diese Gleichungen kannst Du umformen:

$$\text{II) } 0 = 9a + 3b + c$$

$$\text{III) } -9 = 16a + 4b + c$$

Die Gleichungen **I)** , **II)** und **III)** zusammen sind ein **Gleichungssystem**. Du kannst es lösen.

Das bedeutet: Du findest drei Zahlen, die die folgende Eigenschaft haben:

Wenn Du sie für a , b und c in alle drei Gleichungen einsetzt, erhältst Du richtige Gleichungen.

Diese drei Zahlen heißen dann: **Lösungsmenge des Gleichungssystems**.

Dem vorliegenden Gleichungssystem

$$\text{I) } 5 = 4a + 2b + c$$

$$\text{II) } 0 = 9a + 3b + c$$

$$\text{III) } -9 = 16a + 4b + c$$

sieht man die Lösungsmenge - also die Zahlen, die man einsetzen muss, damit die Gleichungen richtig werden - nicht an. Deshalb formen wir es in ein einfacheres Gleichungssystem um, welches die gleiche Lösungsmenge hat. Wenn wir dann das einfache Gleichungssystem lösen, kennen wir auch die Lösungsmenge des vorliegenden Gleichungssystems.

Für Gleichungssysteme gilt:

- 1) Wenn Du eine Gleichung mit einer Zahl multiplizierst, die ungleich 0 ist, dann ändert sich die Lösungsmenge des Gleichungssystems nicht.
- 2) Die Gleichungen eines Gleichungssystems können zu einander addiert oder von einander subtrahiert werden, ohne dass sich die Lösungsmenge des Gleichungssystems ändert.

Allgemein gesagt, sieht das weitere Vorgehen so aus: Du kannst das Gleichungssystem so umformen, dass in der zweiten Gleichung nur noch zwei Variablen und in der dritten Gleichung nur noch eine Variable vorkommt.

Dann kannst Du die dritte Gleichung lösen, das heißt also: eine Zahl finden, die Du für die Variable einsetzen kannst, so dass die Gleichung richtig ist.

Diese Zahl kannst Du dann statt einer der Variablen in die zweite Gleichung einsetzen. Es entsteht eine Gleichung mit nur einer Variablen, die Du lösen kannst.

Beide Lösungen setzt Du dann in die erste Gleichung ein, löst diese Gleichung auf und bist fertig.