Primfaktorzerlegung

Natürliche Zahlen sind die Zahlen **1**, **2**, **3**, **4**, **5**, **6**, **7**, ... und so weiter.

Man konnte sich bisher nicht darauf einigen, ob die **0** eine natürliche Zahl sein soll oder nicht. In manchen Spezialgebieten der Mathematik ist es praktisch, die **0** als natürliche Zahl zu sehen, in anderen ist es praktisch, sie nicht dabei zu haben.

In diesem Zusammenhang der Primfaktorzerlegungen ist es praktisch, die **0** nicht bei den natürlichen Zahlen dabei zu haben, denn hier soll durch natürliche Zahlen geteilt werden und durch **0** kann man nicht teilen.

Primzahlen sind natürliche Zahlen, die nur durch 1 und sich selbst teilbar sind.

Folgende Zahlen sind Primzahlen: **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 57, 59,** ...

Die **1** ist keine Primzahl, obwohl sie nur durch **1** und sich selbst teilbar ist. Es gibt viele interessante Eigenschaften der Primzahlen. Diese Eigenschaften haben aber oft nur die Primzahlen, die größer als 1 sind. Damit man nicht immer darauf hinweisen muß, dass eine Eigenschaft nicht für die Zahl **1** gilt, hat man der **1** "verboten", Primzahl zu sein.

Die Zahl **5** ist durch **1** teilbar:

$$5:1=5$$

Die Zahl **5** ist durch sich selbst, also durch 5, teilbar:

$$5:5=1$$

Die Zahl **5** ist durch keine andere Zahl teilbar. Deshalb ist die 5 eine Primzahl.

Wenn Du die rationalen Zahlen kennst, kannst Du die **5** z.B. durch **2** teilen, das Ergebnis ist aber keine natürliche Zahl. Wenn man sagt, **5** sei nicht durch **2** teilbar, meint man damit, dass das Ergebnis von "5 geteilt durch 2" keine natürliche Zahl ist.

Die Zahl **9** ist durch 3 teilbar:

$$9:3=3$$

Deshalb ist die **9** keine Primzahl.

Du erhältst die Primfaktorzerlegung einer natürlichen Zahl, wenn Du die Zahl als Produkt aus Primzahlen schreibst. Z.B.:

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$
$$15 = 3 \cdot 5$$
$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$$
$$64 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

Dieses Produkt aus Primzahlen erhältst Du, indem Du die Zahl immer wieder durch möglichst kleine Primzahlen teilst und jeweils mit dem Ergebnis weiter rechnest. Z.B.:

Wenn Du die Primfaktorzerlegung von **36** bilden möchtest, teilst Du zunächst - falls möglich - durch die kleinste Primzahl, nämlich die **2** .

$$36 : 2 = 18$$

Dem Ziel, **36** als Produkt von Primzahlen zu schreiben, bist Du nun etwas näher gekommen, denn es gilt:

$$36 = 2 \cdot 18$$

Nun kannst Du mit dem Ergebnis **18** weiterrechnen. Du teilst wieder - falls möglich - durch die kleinste Primzahl, nämlich die **2** .

$$18 : 2 = 9$$

Dem Ziel, 36 als Produkt von Primzahlen zu schreiben, bist Du nun wieder etwas näher gekommen, denn es gilt:

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 9$$

Nun kannst Du mit dem Ergebnis 9 weiterrechnen. Du teilst wieder - falls möglich - durch die kleinste Primzahl, nämlich die 2 . Das geht diesmal nicht, also kannst Du es mit der nächstgrößeren Primzahl versuchen. Das ist die 3 .

$$9 : 3 = 3$$

Das Ergebnis ist eine Primzahl, nämlich die 3 . Dieses Ergebnis kannst Du nicht weiter durch Primzahlen teilen. Also hast Du Dein Ziel erreicht und Du kannst 36 als Produkt von Primzahlen schreiben:

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

Dieser letzte Faktor wird oft vergessen. Er ist aber genauso wichtig wie die anderen.

Fertig.✓