

Scheitelform einer quadratischen Funktion

Wenn Du die 1. binomische Formel auf den Term $(x+3)^2$ anwendest, passiert folgendes:

$$\left(\boxed{x} + \boxed{3} \right)^2 = \boxed{x}^2 + 2 \cdot \boxed{x} \cdot \boxed{3} + \boxed{3}^2$$

Also: $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Die Hälfte dieser Zahl

ist diese Zahl.

$$\boxed{6:2=3} \xrightarrow{\text{zum Quadrat}} \boxed{3^2=9}$$

Das ist bei der 1. binomische Formel immer so, wenn Du sie auf einen Term der Form

$$(x + \text{Zahl})^2$$

anwendest. Z.B.:

Wenn Du die 1. binomische Formel auf den Term $(x+4)^2$ anwendest, passiert folgendes:

$$\left(\boxed{x} + \boxed{4} \right)^2 = \boxed{x}^2 + 2 \cdot \boxed{x} \cdot \boxed{4} + \boxed{4}^2$$

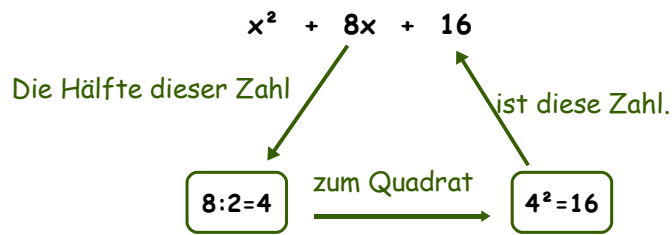
Also: $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$

Die Hälfte dieser Zahl

ist diese Zahl.

$$\boxed{8:2=4} \xrightarrow{\text{zum Quadrat}} \boxed{4^2=16}$$

Du kannst die 1. binomische Formel auf den Term $x^2 + 8x + 16$ anwenden, denn:

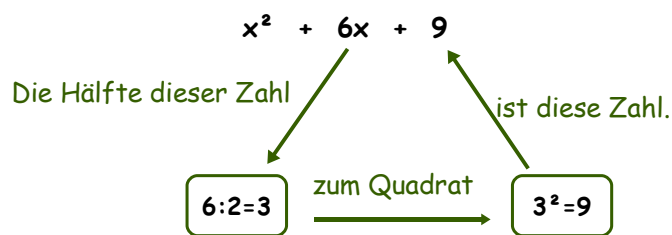


Also: $x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = (x + 4)^2$

und: $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$

Noch ein Beispiel:

Du kannst die 1. binomische Formel auf den Term $x^2 + 6x + 9$ anwenden, denn:



Also: $x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = (x + 3)^2$

und: $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$

Du kannst die 1. binomische Formel auf einen Teil des Terms $x^2 + 6x + 9 + 1$ anwenden. Das sieht dann so aus:

$$x^2 + 6x + 9 + 1 = (x + 3)^2 + 1$$

Das ist der Teil des Terms, auf den die 1. binomische Formel angewandt wurde.

Wenn Du den Term $x^2 + 6x + 10$ umformst, kannst Du auf einen Teil des umgeformten Terms die 1. binomische Formel anwenden.

$$\begin{aligned} &x^2 + 6x + 10 \\ &= x^2 + 6x + 9 + 1 \\ &= (x + 3)^2 + 1 \end{aligned}$$

Warum formt man den Term $x^2 + 6x + 10$ in den Term $(x + 3)^2 + 1$ um?

Weil man so die Funktion $f(x) = x^2 + 6x + 10$, die in Normalform gegeben ist, in die Scheitelform $f(x) = (x + 3)^2 + 1$ umformen kann.

Dazu zeigen wir noch ein weiteres Beispiel:

Wenn Du den Funktionsterm der Funktion $f(x) = x^2 + 6x + 11$ umformst, kannst Du auf einen Teil des umgeformten Terms die 1. binomische Formel anwenden, denn

$$f(x) = x^2 + 6x + 11 = x^2 + 6x + 9 + 2 = (x + 3)^2 + 2$$

Die Hälfte dieser Zahl

ist diese Zahl.



Das ist der Funktionsterm.

Die Scheitelform der Funktion $f(x) = x^2 + 6x + 11$ ist also $f(x) = (x + 3)^2 + 2$.

Um ein allgemeines Verfahren, wie Du von der Normalform auf die Scheitelform kommst, beschreiben zu können, schreiben wir die obige Rechnung etwas anders auf:

$$f(x) = x^2 + 6x + 11 = x^2 + 6x + 9 - 9 + 11 = x^2 + 6x + 2 = (x + 3)^2 + 2$$

Die Hälfte dieser Zahl

ist diese Zahl.



Das funktioniert auch mit anderen Zahlen. Z.B.:

$$f(x) = x^2 + 14x + 156 = x^2 + 14x + 49 - 49 + 156 = x^2 + 14x + 107 = (x + 7)^2 + 107$$

Die Hälfte dieser Zahl

ist diese Zahl.



Das allgemeine Verfahren lautet:

$$f(x) = x^2 + 14x + 156 = x^2 + 14x + 49$$

Bilde die Hälfte dieser Zahl,

$$14:2=7$$

quadriere sie,

$$7^2=49$$

schreibe das Ergebnis hier hin

$$- 49 + 156 = x^2 + 14x + 49 + 107$$

subtrahiere das Ergebnis

$$-49$$

rechne aus

$$-49+156$$

schreibe das Ergebnis hier hin

$$f(x) = x^2 + 14x + 49 + 107 = (x + 7)^2 + 107$$

wende eine binomische Formel an