

Scheitelform (Scheitelpunktform), Aufgaben mit Lösungen

Bringe die Funktion

$$f(x) = -4x^2 + 24x + 12$$

von der Normalform in die Scheitelform (Scheitelpunktform).

Ausführliche Rechnung:

$$\begin{aligned} f(x) &= -4x^2 + 24x + 12 \\ &= -4x^2 - 4 \cdot (-6)x + 12 && \text{Distributivgesetz} \\ &= -4(x^2 - 6x) + 12 \\ &= -4(x^2 - 2 \cdot 3x) + 12 \\ &= -4(x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2 - 3^2) + 12 && \text{quadratische Ergänzung} \\ &= -4((x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2) - 3^2) + 12 \\ &= -4((x - 3)^2 - 3^2) + 12 && \text{binomische Formel} \\ &= -4((x - 3)^2 - 9) + 12 \\ &= -4(x - 3)^2 - 4 \cdot (-9) + 12 && \text{Distributivgesetz} \\ &= -4(x - 3)^2 + 36 + 12 \\ &= -4(x - 3)^2 + 48 \end{aligned}$$

Kurze Rechnung:

$$\begin{aligned} f(x) &= -4x^2 + 24x + 12 \\ &= -4(x^2 - 6x) + 12 \\ &= -4(x^2 - 6x + 9 - 9) + 12 \\ &= -4((x - 3)^2 - 9) + 12 \\ &= -4(x - 3)^2 + 36 + 12 \\ &= -4(x - 3)^2 + 48 \end{aligned}$$