Stochastik Formeln: Binomialverteilung - Normalverteilung

$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$ Wahrscheinlichkeit für k Erfolge einer n-stufigen Bernoulli-Kette.

$\mu=n\cdot p$ Erwartungswert $\qquad\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}$ Standardabweichung

$\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$ Gausssche Dichtefunktion

$P(X=k)=\frac{1}{\sigma}\cdot\varphi\left(\frac{k-\mu}{\sigma}\right)=\frac{1}{\sigma}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{\left(\frac{k-\mu}{\sigma}\right)^2}{2}}$ Berechnung für k Erfolge mit der Gaussschen Dichtefunktion.

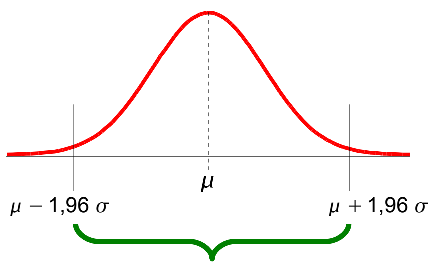
$\Phi(z)=\int_{-\infty}^{z}\varphi(t)\,dt=\int_{-\infty}^{z}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}\,dt$ Gausssche Integralfunktion = Standard-Normalverteilungsfunktion.

$P(X\leqslant k)\approx\Phi\left(\frac{k+0{,}5-\mu}{\sigma}\right)=\int_{-\infty}^{\frac{k+0{,}5-\mu}{\sigma}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt$ Berechnung der kumulierten Wahrscheinlichkeit mit der Gaussschen Integralfunktion.

$P(a\leqslant X\leqslant b)\approx\Phi\left(\frac{b+0{,}5-\mu}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{a-0{,}5-\mu}{\sigma}\right)=\int_{\frac{a-0{,}5-\mu}{\sigma}}^{\frac{b+0{,}5-\mu}{\sigma}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt$ Berechnung der Wahrscheinlichkeit eines Intervalls absoluter Häufigkeiten.

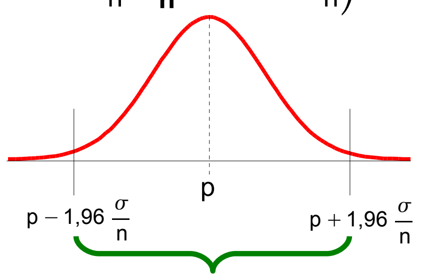
Schluss von der Gesamtheit auf die Stichprobe

$P(\mu-1{,}96\,\sigma\leqslant X\leqslant\mu+1{,}96\,\sigma)\approx 0{,}95$



Die Wahrscheinlichkeit, dass die absolute Häufigkeit des Stichprobenergebnisses in diesem Bereich liegt, ist 0,95.

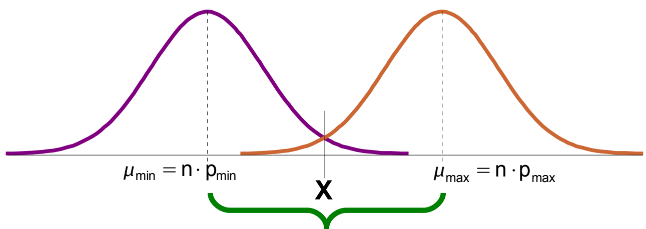
$P\left(p-1{,}96\,\frac{\sigma}{n}\leqslant\frac{X}{n}\leqslant p+1{,}96\,\frac{\sigma}{n}\right)\approx 0{,}95$



Die Wahrscheinlichkeit, dass die relative Häufigkeit des Stichprobenergebnisses in diesem Bereich liegt, ist 0,95.

Schluss von der Stichprobe auf die Gesamtheit

$1{,}96\cdot\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=|X-n\cdot p|$



Konfidenzintervall

Wahl eines genügend großen Stichprobenumfangs $\left|\frac{X}{n}-p\right|\leqslant 1{,}96\cdot\frac{\sigma}{n}\leqslant d$