

# Wurzelgleichungen, Aufgaben mit Lösungen

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung:

$$-3 \cdot \sqrt{x+1} = \sqrt{x+1}$$

Wie Du die Lösung direkt ablesen kannst, steht am Ende der Rechnung.

**Ausführliche Rechnung:**

$$\begin{aligned} -3 \cdot \sqrt{x+1} &= \sqrt{x+1} \\ (-3 \cdot \sqrt{x+1})^2 &= (\sqrt{x+1})^2 \\ (-3)^2 \cdot (\sqrt{x+1})^2 &= (\sqrt{x+1})^2 \\ 9 \cdot (\sqrt{x+1})^2 &= (\sqrt{x+1})^2 \\ 9 \cdot (x+1) &= (\sqrt{x+1})^2 \\ 9 \cdot (x+1) &= x+1 \\ 9 \cdot x + 9 \cdot 1 &= x+1 \\ 9 \cdot x + 9 &= x+1 \\ 9x + 9 &= x+1 \\ 9x + 9 - x &= x+1 - x \\ 8x + 9 &= x+1 - x \\ 8x + 9 &= 1 \\ 8x + 9 - 9 &= 1 - 9 \\ 8x + 0 &= 1 - 9 \\ 8x &= 1 - 9 \\ 8x &= -8 \\ \frac{8x}{8} &= -\frac{8}{8} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

quadrieren

ein Produkt wird quadriert, indem die einzelnen Faktoren quadriert werden

$-3^2$  bedeutet  $-(3 \cdot 3)$  und ist  $-9$ .  
 $(-3)^2$  bedeutet  $(-3) \cdot (-3)$  und ist  $+9$ .

$(-3)^2$  ausrechnen

Definition der Wurzel

Hier darfst Du auf keinen Fall die Klammer vergessen, denn es soll ja die gesamte Summe  $x + 1$  mit dem Faktor  $9$  multipliziert werden.

Definition der Wurzel

Distributivgesetz

$9 \cdot 1$  ausrechnen

Mal - Punkt weglassen

auf beiden Seiten  $-x$  rechnen

$9x$  und  $-x$  zusammenfassen

$x$  und  $-x$  hebt sich auf

auf beiden Seiten  $-9$  rechnen

$+9 - 9$  ausrechnen

$+0$  weglassen


$1 - 9$  ausrechnen

auf beiden Seiten  $:8$  rechnen

kürzen

Probe:

$$\begin{array}{l} -3 \cdot \sqrt{-1+1} = \sqrt{-1+1} \\ -3 \cdot \sqrt{0} = \sqrt{0} \\ -3 \cdot 0 = 0 \\ 0 = 0 \end{array}$$

 ausrechnen  
ausrechnen  
ausrechnen

Die Probe führt zu einer Gleichung mit identischen Seiten. Die Gleichung ist also richtig. Wenn Du für  $x$  die Zahl  $-1$  in die Ausgangsgleichung einsetzt, erhältst Du eine richtige Gleichung. In Zeichen:

$$IL = \{-1\}$$

Fertig. ✓

Du hättest Dir am Anfang auch direkt überlegen können, dass Wurzeln nur positiv oder gleich Null sein können.

Wäre die Wurzel auf der linken Seite der Ausgangsgleichung

diese hier  
↓

$$-3 \cdot \sqrt{x+1} = \sqrt{x+1}$$

positiv, dann wäre die linke Seite der Gleichung negativ

(weil ja etwas positives mit  $-3$  multipliziert wird)

und die rechte Seite wäre positiv. Das geht aber nicht.

Also kann die Wurzel nur noch gleich Null sein, damit die Gleichung richtig werden kann.

Eine Wurzel ist nur dann gleich Null, wenn das, was unter der Wurzel steht - also der Radikant - gleich Null ist. In diesem Fall ist der Radikant

$$x + 1$$

und dieser Radikant ist nur dann gleich Null, wenn Du für  $x$  die Zahl  $-1$  einsetzt.