

Wurzelgleichungen, Aufgaben mit Lösungen

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung:

$$3 \cdot \sqrt{x+1} = \sqrt{x-2}$$

Ausführliche Rechnung:

$$3 \cdot \sqrt{x+1} = \sqrt{x-2}$$

$$(3 \cdot \sqrt{x+1})^2 = (\sqrt{x-2})^2$$

$$3^2 \cdot (\sqrt{x+1})^2 = (\sqrt{x-2})^2$$

$$9 \cdot (\sqrt{x+1})^2 = (\sqrt{x-2})^2$$

$$9 \cdot (x+1) = (x-2)$$

$$9 \cdot (x+1) = x-2$$

$$9 \cdot x + 9 \cdot 1 = x-2$$

$$9 \cdot x + 9 = x-2$$

$$9x + 9 = x-2$$

$$9x + 9 - x = x-2 - x$$

$$8x + 9 = x-2 - x$$

$$8x + 9 = -2$$

$$8x + 9 - 9 = -2 - 9$$

$$8x + 0 = -2 - 9$$

$$8x = -2 - 9$$

$$8x = -11$$

$$\frac{8x}{8} = -\frac{11}{8}$$

$$x = -\frac{11}{8}$$

quadrieren

ein Produkt wird quadriert, indem die einzelnen Faktoren quadriert werden

3^2 ausrechnen

Definition der Wurzel

Definition der Wurzel

Distributivgesetz

$9 \cdot 1$ ausrechnen

Mal - Punkt weglassen

auf beiden Seiten $-x$ rechnen

$9x$ und $-x$ zusammenfassen

x und $-x$ hebt sich auf

auf beiden Seiten -9 rechnen

$+9 - 9$ ausrechnen

$+0$ weglassen

$-2 - 9$ ausrechnen

auf beiden Seiten $:8$ rechnen

kürzen

Hier darfst Du auf keinen Fall die Klammer vergessen, denn es soll ja die gesamte Summe $x + 1$ mit dem Faktor 9 multipliziert werden.

Probe:

$$\begin{aligned} 3 \cdot \sqrt{-\frac{11}{8} + 1} &= \sqrt{-\frac{11}{8} - 2} && \curvearrowright \text{1 erweitern} \\ 3 \cdot \sqrt{-\frac{11}{8} + \frac{8}{8}} &= \sqrt{-\frac{11}{8} - 2} && \curvearrowright \text{-2 erweitern} \\ 3 \cdot \sqrt{-\frac{11}{8} + \frac{8}{8}} &= \sqrt{-\frac{11}{8} - \frac{16}{8}} && \curvearrowright \text{ausrechnen} \\ 3 \cdot \sqrt{-\frac{3}{8}} &= \sqrt{-\frac{11}{8} - \frac{16}{8}} && \curvearrowright \text{ausrechnen} \\ 3 \cdot \sqrt{-\frac{3}{8}} &= \sqrt{-\frac{27}{8}} \end{aligned}$$

Die Probe zeigt, dass die Gleichung nicht lösbar ist, denn innerhalb der reellen Zahlen gibt es keine Wurzeln aus negativen Zahlen. Also ist die Lösungsmenge leer. In Zeichen:

$$L = \{ \}$$

Fertig. ✓